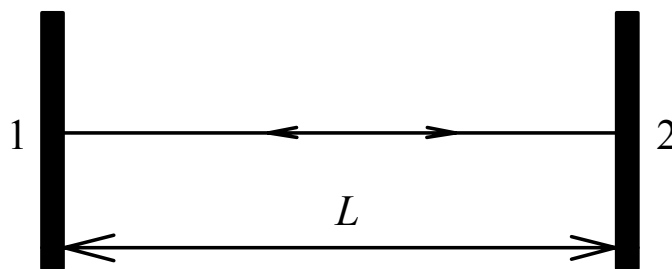


Vežba 3: Longitudinalni modovi He-Ne lasera

Teorija

Laserski rezonatori su uglavnom otvoreni čime je obezbeđeno da energija bude lokalizovana u okolini optičke ose rezonatora. *Otvoreni rezonator* sastoji se od dva ogledala između kojih se nalazi aktivna sredina. On služi za ostvarivanje pozitivne povratne sprege i emisiju koherentne svetlosti na račun stimulisane emisije.

Od kvaliteta otvorenog rezonatora zavise osnovne karakteristike emitovanog zračenja, kao što su snaga, usmerenost, monohromatičnost i koherentnost. Iako su otvoreni rezonatori relativno jednostavni po konstrukciji, njihova teorija je veoma složena i predstavlja predmet specijalnih monografija. Ova teorija je složena zbog toga što je realni rezonator znatno veći od talasne dužine svetlosti, pa se u njemu pobuđuje niz sopstvenih oscilacija, koje se nazivaju modovi.



Sl.1. Otvoreni optički rezonator

Posmatrajmo elektromagnetski talas koji krene sa ogledala 1 ka ogledalu 2 i nazad (Sl.1). Za jedan zatvoren ciklus, polje koje se vraća do ogledala 1 mora biti nepromenjene faze (ili sa promenjenom fazom od $2m\pi$, gde je m ceo broj) da bi se ostvarila konstruktivna interferencija i samim tim pozitivna povratna sprega. Drugim rečima, u rezonatoru se obrazuje stojeći talas tako da se na ogledalima nalaze čvorovi. Uslov za formiranje stojećeg talasa u rezonatoru dužine L je:

$$L = m \frac{\lambda}{2} . \quad (1)$$

Sopstvena frekvencija takvog stojećeg talasa iznosi

$$\nu_m = \frac{cm}{2Ln} , \quad (2)$$

gde je c brzina svetlosti u vakuumu, a n indeks prelamanja aktivne sredine rezonatora. Niz dozvoljenih diskretnih vrednosti frekvencija koje može da podrži laserski rezonator zovu se longitudinalni ili podužni (aksijalni) modovi lasera. Frekvencijsko rastojanje svaka dva susedna moda ($\Delta m=1$) iznosi

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nL} . \quad (3)$$

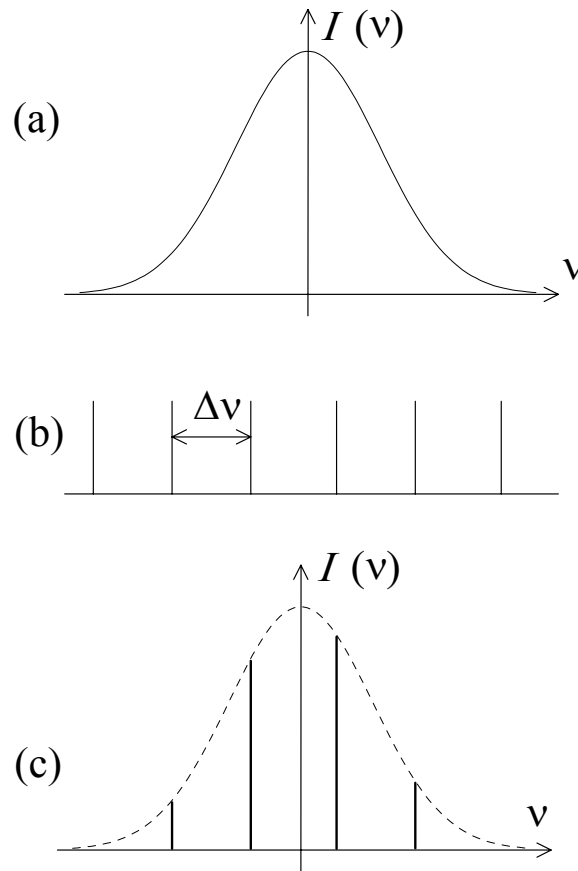
Vrednost za m može biti veoma velika zbog male vrednosti λ . Na primer, za $L=0.5\text{m}$ i $\lambda=500\text{nm}$ dobija se $m=2 \times 10^6$ i $\Delta \nu=300\text{MHz}$. Međutim dati mod može oscilovati samo ako postoji pojačanje na datoj frekvenciji. Aktivna sredina i energetski prelazi u njoj određuju centralnu talasnu dužinu na kojoj će zračiti laser. Kako je spektralna širina prelaza na 632.8nm za neon, kod He-Ne lasera, oko 1.5GHz , to se za rezonator od $L=0.5\text{m}$ može očekivati ne više od 5 modova ($1.5 \times 10^9 / (3 \times 10^8 / 2 \times 0.5)$).

Nijedan laser nije idealno monohromatski već postoji konačna širina spektralne linije lasera (Sl.2). Najčešći oblici spektralnih linija su Lorencova i Gausova kriva. Tačan oblik linije zavisi od mehanizama koji utiču na njeno širenje. Najčešći mehanizmi su prirodno, širenje usled sudara, Štarkovo i Doplerovo širenje. Širenje linije utiče ne samo na širinu frekvencijskog opsega, već i na pojačanje. Stoga se mora imati na umu da foton energije $h\nu$ neće bezuslovno stimulisati isti takav foton energije $h\nu$, već će ta stimulacija biti moguća sa određenom verovatnoćom.

Svi energetski nivoi imaju određenu širinu (vrlo malu), jer je, na fundamentalnom nivou, ona uzrokovana neodređenošću koja postoji pri merenju energije. Ova širina dovodi do unutrašnjeg i neizbežnog širenja linije koje se naziva *prirodno širenje*.

Štarkovo širenje spektralne linije je posledica Štarkovog efekta čija je suština u kolizijama naelektrisanih čestica. Ove kolizije ne moraju biti direktne, već uključuju i slučajeve kada naelektrisana čestica prolazi relativno blizu, ali najdalje na rastojanju do nekoliko desetina

prečnika atoma, od eksitovane čestice. U svakom slučaju, relativno kretanje naelektrisane i eksitovane čestice dovodi do vremenski promenljivog električnog polja koje perturbuje energetska stanja.



Sl.2. Spektralna karakteristika materijala (Gausova kriva), uslov rezonatora i konačan prikaz četiri longitudinalna moda jednog lasera.

Doplerovo širenje dominira kod gasnih sistema, osim kod vrlo teških gasova na visokim pritiscima i kod jako jonizovane plazme lakih gasova, gde je dominantno Štarkovo širenje. Ovo širenje se računa iz sledećeg izraza:

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{Mc^2}} \quad (4)$$

Kod He-Ne lasera aktivna sredina je mešavina He i Ne u odnosu 10:1. Mešavina se nalazi u uskom cilindru prečnika nekoliko mm i dužine 0.1-1m, na pritisku od oko 1000Pa. Pojačanje zračenja se javlja između nivoa Ne. Postoji nekoliko prelaza, ali oni su beznačajni ako se ne koristi intermedijarni atom. Pokazuje se da je He idealan za ovaj slučaj. Postoje četiri glavna prelaza: na 3.39 μ m, 1.15 μ m, 632.8nm i 543.5nm. Obično, sve

što je potrebno da se uradi kako bi se dobila jedna talasna dužina je da se ogledala laserskog rezonatora učine visoko reflektujućim za željenu talasnu dužinu.

Za prelaz na 632.8nm, koristeći prethodnu jednačinu i sledeće vrednosti

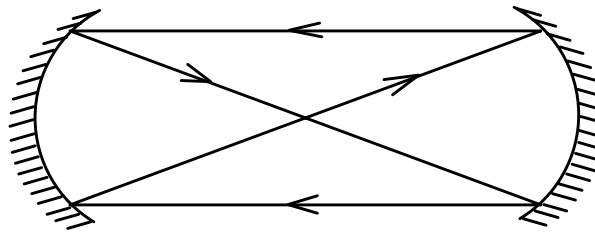
$$M = 20 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\nu_0 = 3 \times 10^8 / 632.8 \times 10^{-9} \text{ Hz}$$

$$T = 400\text{K}$$

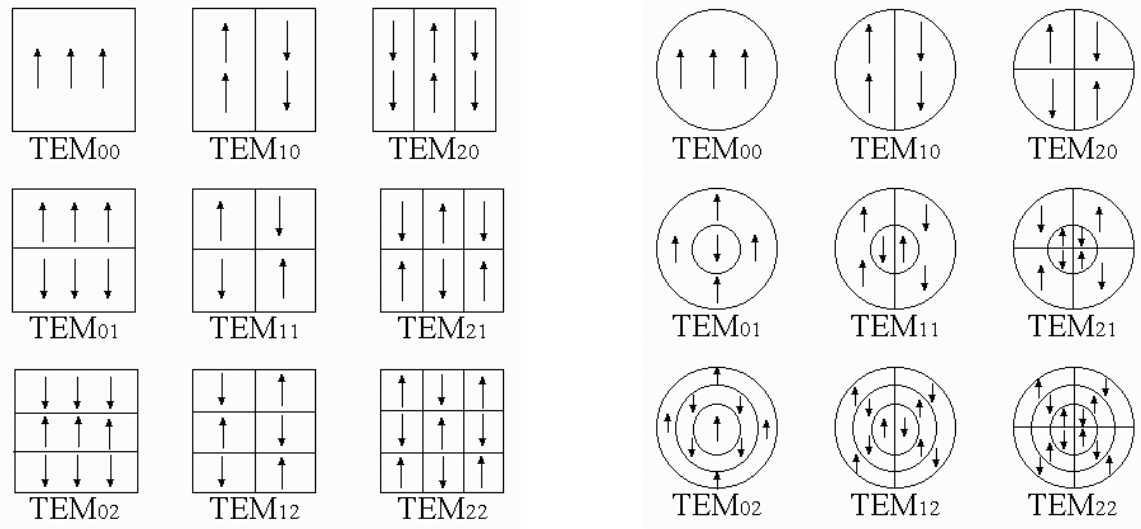
dobija se da je Doplerova širina $\Delta\nu_D \approx 1.5\text{GHz}$.

Superponiranjem uslova rezonatora i karakteristika aktivnog materijala dobijaju se longitudinalni modovi koje podržava laser (Sl.2).



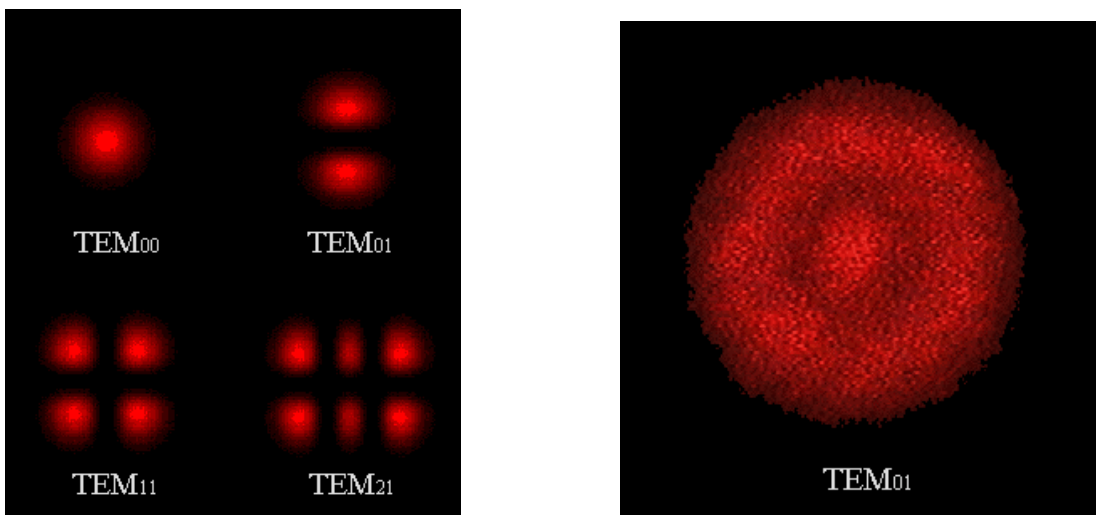
Sl.3. Obrazovanje TEM_{pq}

Longitudinalni modovi svi doprinose jednoj "tački" laserskog izlaza, dok, generalno, laserski snop koji se posmatra ima čitav niz tačaka. Ove tačke se pojavljuju usled postojanja transferzalnih modova rezonatora. Longitudinalne modove formiraju ravni talasi koji prolaze tačno duž ose lasera koja spaja centre ogledala. U većini slučajeva, međutim, ima i drugih talasa koji prolaze van glavne ose, ali koji ipak mogu da formiraju stojeće talase (Sl.3). Takvi modovi se nazivaju transferzalni elektromagnetski i obeležavaju se sa TEM_{mnr} . Oznaka TEM_{mnr} je preuzeta iz teorije elektromagnetskih oscilacija. Ona označava činjenicu da ni vektor jačine električnog polja, ni vektor jačine magnetskog polja nemaju komponente duž pravca prostiranja talasa, tj. oni su trasverzalno-elektromagnetski (TEM) talasi. Vrlo često u oznakama za tipove oscilacija piše sa samo TEM_{mn} (TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{11} itd.), jer je za otvorene rezonatore r veliki broj u odnosu na brojeve m i n. Na Sl.4 je data raspodela električnog polja kod pravougane i kružne aperture, a na Sl.5 izgled nekih modova. Vidi se da kod pravougane aperture m daje broj minimuma (promena faze) pri skaniranju snopa horizontalno, a n broj minimuma pri skaniranju vertikalno. Modovi višeg reda se mogu lako eliminisati korišćenjem apertura sa uskom širinom rezonatora.



Sl.4. Električno polje kod pravougaone i kružne aperture

TEM₀₀ mod se često naziva i unifazni mod, pošto su svi delovi talasnog fronta u fazi. Laser koji radi samo u ovom modu ima najveću spektralnu čistoću i stepen koherencije, dok rad lasera u multimodnom režimu obezbeđuje veću snagu zračenja. Treba napomenuti da svaki od transverzalnih modova ima aksijalne modove, pa širenje laserskog spektra može biti znatno.

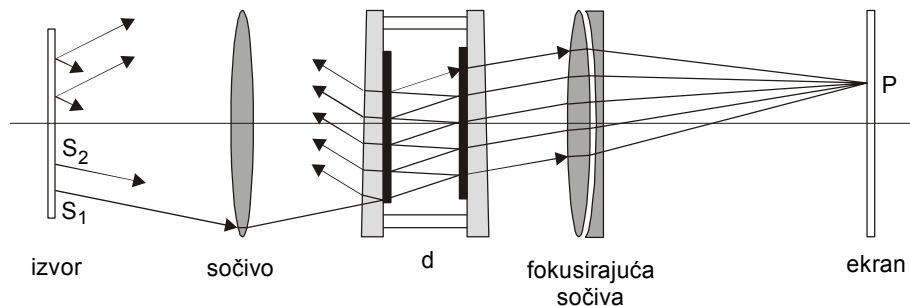


Sl.5. Modovi kod pravougane i kružne aperture (TEM₀₀, TEM₀₁, TEM₁₁, TEM₂₁; TEM₀₁)

U zatvorenom rezonatoru mogu da egzistiraju oscilacije sa velikim m i n, dok u otvorenim rezonatorima to nije moguće zbog velikih difrakcionih gubitaka.

Fabri-Peroov interferometar

Ovaj interferometar, koji su prvi konstruisali Fabri (Charles Fabry) i Pero (Alfred Perot) pri kraju devetnaestog veka, je vrlo značajan u modernoj optici. Njegova važnost proističe iz činjenice da, osim što je to spektroskopski uređaj izuzetne moći razlaganja, on služi kao rezonator. U osnovi, uređaj se sastoji od dve ravne, paralelne, visoko reflektivne površine koje su na nekom rastojanju d . Ovo je najjednostavnija postavka. Dužina vazdušnog procepa između ploča se kreće od nekoliko mm do nekoliko cm kada se uređaj koristi kao interferometar. Ako se koristi kao laserski rezonator tada dužine mogu biti i značajno veće.



Sl.6. Fabri-Peroov etalon

Ako se procep može mehanički menjati, pomerajući jedno od ogledala, tada je reč o interferometru. Ako su ogledala fiksna i paralelna zahvaljujući nekoj vrsti odstoynika tada se govori o *etalonu* (Sl.6), iako je to naravno još uvek interferometar u širem smislu. Ako se na primer, dve kvarcne površine uglašaju i posrebre sa jedne strane na odgovarajući način one će služiti kao etalon. U procepu ne mora biti vazduh. Neposrebrene površine nisu paralelne te stoga kvarc ima oblik klina (Sl.6) sa malim uglom nagiba, kako bi se smanjile interferentne pruge koje potiču od refleksije na ovim površinama. Neka je etalon sa Sl.6 osvetljen "širokim" izvorom kao što je na primer živin luk ili snop He-Ne lasera proširen na nekoliko centimetara, a kasnije propušten kroz staklo kako bi bio difuzan. Neka jedan zrak emitovan iz neke tačke S₁ prolazi kroz etalon i višestruko se reflektuje unutar rezonatora. Transmitovani zraci se uz pomoć sočiva fokusiraju na ekran, gde interferiraju i formiraju ili svetlu ili tamnu tačku. Svaki drugi zrak emitovan iz različite tačke S₂, koji je paralelan sa prvim zrakom, formiraće tačku na istom mestu P na ekranu. Višestruki talasi generisani u rezonatoru, koji dolaze do tačke P iz S₁ ili S₂ su koherentni među sobom, ali zraci koji dolaze iz S₁ su potpuno nekoherentni prema onima iz S₂, tako da nema uzajamne koherencije. Iradijansa I_t u P je stoga samo zbir dve iradijanse.

Svi zraci koji ulaze u procep pod istim uglom daće jednu kružnu interferentnu prugu uniformne iradijance. "Širok" izvor će formirati uske koncentrične krugove.

Delimično transparentan metalni film, koji se često koristi da poveća reflektansu ($R=r^2$), će apsorbovati deo A od ukupnog fluksa zračenja. A se naziva absorptansa. Izraz

$$t t' + r^2 = 1$$

ili

$$T + R = 1 , \quad (5)$$

gde je T transmitansa, se sada mora pisati kao

$$T + R + A = 1 . \quad (6)$$

Usled prisustva metalnih filmova pojavljuje se dodatna fazna razlika $\phi(\theta_i)$, (θ_i je upadni ugao) koja se može razlikovati od 0 i π . Fazna razlika između dva sukcesivno transmitovana talasa je tada:

$$\delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d \cos \theta_t + 2\phi . \quad (7)$$

Za posmatrane uslove θ_i je malo i ϕ može biti smatrano konstantnim. Generalno, d je toliko veliko a λ_0 toliko malo da se ϕ može zanemariti. Zbog toga se odnos transmitovane i upadne iradijance može izraziti na sledeći način:

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{T^2}{1 + R^2 + 2R \cos \delta} .$$

Ova jednačina se može dobiti koristeći se kompleksnom reprezentacijom, izrazom za beskonačni red koji konvergira, i definicijom iradijance. Ako se ova jednačina malo drugačije napiše dobija se

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + 4R/(1-R)^2 \sin^2(\delta/2)} . \quad (8)$$

Koristeći (6) izraz poprma sledeći oblik

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(1 - \frac{A}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + 4R/(1-R)^2 \sin^2(\delta/2)} . \quad (9)$$

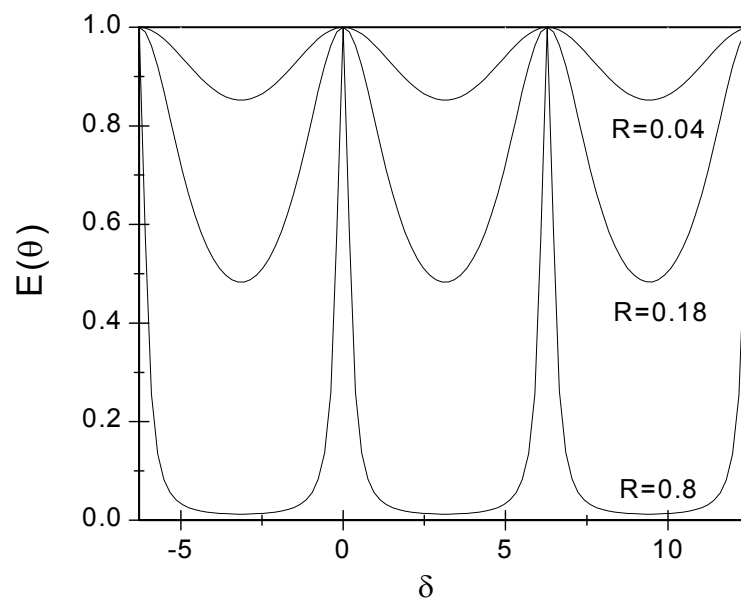
Veličina $4R/(1-R)^2$ se naziva *koeficijent finese* i obeležava se sa F_c . Desni razlomak u poslednjoj jednačini je poznat kao *Ejrijeva funkcija* i obeležava se sa $E(\theta)$. Sada (9) postaje

$$\frac{I_t}{I_i} = \left(1 - \frac{A}{1-R}\right)^2 E(\theta), \quad (10)$$

a kada je absorpcija zanemarljiva

$$\frac{I_t}{I_i} = E(\theta) .$$

Na Sl.7 je prikazana Ejrijeva funkcija za različite vrednosti reflektanse R .



Sl.7. Ejrijeva funkcija za različite vrednosti reflektanse R

Vidi se da je za $\delta=2m\pi$ Ejrijeva funkcija jednaka jedinici za sve vrednosti F_c , odnosno R . Kada se R približava jedinici, transmitovani fluks je veoma mali, osim unutar oštih pikova centriranih oko tačaka $\delta=2m\pi$. Vraćajući se na jednačinu (10) vidi se da je maksimalna transmisija $(I_t/I_i)_{\max}$ definisana kao:

$$\frac{(I_t)_{\max}}{I_i} = \left[1 - \frac{A}{1-R}\right]^2 . \quad (11)$$

Za srebrni film debljine 50nm, čija je maksimalna reflektansa $R=0.94$, T i A mogu da iznose 0.01 i 0.05 respektivno. U ovom slučaju maksimalna transmisija iznosi 1/36. Relativna iradijansa će biti određena Ejrijevom funkcijom, jer je:

$$\frac{I_t}{(I_t)_{\max}} = E(\theta) \quad (12)$$

Mera oštine pruga, tj. koliko brzo iradijansa opada sa obe strane maksimuma, je data preko *poluširine* γ . Poluširina je data u radijanima i nalazi se iz

$$\gamma = 2\delta_{1/2} ,$$

gde je $\delta_{1/2}$ vrednost fazne razlike pri kojoj je $I_t = (I_t)_{\max}/2$. To znači da je za $\delta = 2\pi m + \delta_{1/2}$

$$E(\theta) = \frac{1}{1 + F_c \sin^2(\delta_{1/2})} = \frac{1}{2} .$$

Odavde se dobija vrednost $\delta_{1/2}$

$$\delta_{1/2} = 2 \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{F_c}}\right) .$$

Pošto je F_c obično dosta veliko može se uzeti da je $\arcsin(F_c^{-1/2}) \approx F_c^{-1/2}$ pa poluširina $\gamma = 2\delta_{1/2}$ postaje

$$\gamma = \frac{4}{\sqrt{F_c}} \quad (13)$$

Prisećajući se da je $F_c = 4R/(1-R)^2$, vidi se da što je veće R oštriji su transmisioni pikovi.

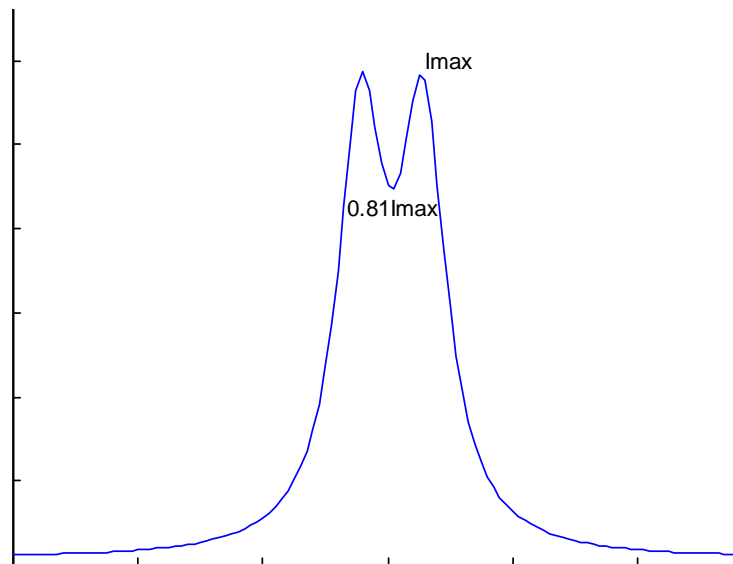
Sledeća veličina koja od interesa je odnos rastojanja susednih maksimuma prema poluširini. Ova veličina je poznata kao *finesa* i iznosi

$$F = \frac{\pi\sqrt{F_c}}{2} \quad (14)$$

Za vidljivi deo spektra finesa za većinu običnih Fabri-Peroovih instrumenata je oko 30. Fizička ograničenost veličine F potiče od odstupanja ogledala od paralelnosti. Treba imati na umu da sa povećanjem finese opada vrednost poluširine, ali takođe i maksimalna transmisija. Uzgred, finesa od 1000 se može postići korišćenjem zakrivljenih ogledala sa tankim dielektričnim filmovima.

Fabri-Pero interferometar se često koristi da bi se ispitala detaljna struktura spektralnih linija. Ovde neće biti dat detaljan opis interferencione spektroskopije, već će se definisati relevantna terminologija, sa kratkim opisom izvođenja.

Kao što se videlo, hipotetički čista monohromatska svetlost će dati kružne pruge. Ali kako je δ funkcija λ_0 , za izvor koji sadrži dve monohromatske komponente dobiće se dve superponirane kružne interferencione slike. Za delimično preklapanje individualnih pruga postoji izvestan stepen neodređenosti kada su dva sistema pruga vidljiva, tj. kada se jasno mogu razlikovati, ili, kako se kaže, kada su razloživa. Kao kriterijum za razloživost dve jednake iradijance koje se preklapaju, a koje potiču od dva lika proreza, koristi se onaj koji je dao Lord Rejli. Osnovna karakteristika ovog kriterijuma je da su pruge razložive kada je suma iradijansi dve pruge u centru, ili "sedlu" (Sl.8), manja ili jednaka od $8/\pi^2 \times I_{\max}$, odnosno $0.81 \times I_{\max}$. Ovo znači da će se videti široka svetla pruga sa sivim centralnim područjem.



Sl.8. Rejljev kriterijum

Za velike vrednosti F , minimalna fazna razlika za koju će dve pruge biti razložive je:

$$\Delta\delta \approx \frac{4.2}{\sqrt{F}} . \quad (15)$$

Iz ove veličine se mogu odrediti minimalna razlika u talasnoj dužini $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ i frekvenciji $(\Delta\nu)_{\min}$. Odnos talasne dužine λ_0 i minimalne razložive razlike u talasnoj dužini $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ naziva se *hromatska moć razlaganja* i obeležava se sa \mathfrak{R} . Za približno normalnu incidenciju važi

$$\mathfrak{R} \equiv \frac{\lambda_0}{(\Delta\lambda_0)_{\min}} \approx F \frac{2n_f d}{\lambda_0} . \quad (16)$$

Za $\lambda_0=500\text{nm}$, $n_f d=10\text{mm}$ i $R=90\%$ moć razlaganja je preko milion, veličina koja je tek nedavno dostignuta najfinijim difrakcionim rešetkama. Znači u ovom primeru je $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ manje od milionitog dela λ_0 . Što se frekvencije tiče minimalno razloživa širina opsega je

$$(\Delta\nu)_{\min} = \frac{c}{F 2n_f d} , \quad (17)$$

jer je $|\Delta\nu| = |c\Delta\lambda_0/\lambda_0|$.

Kada dve komponente prisutne u izvoru počnu sve više da se razlikuju u talasnoj dužini pikovi sa Sl.8 će se sve više udaljavati. Ako se ova razlika još više uveća počće m-ta interferentna pruga za talasnu dužinu λ_0 da se približava (m+1)-oj za talasnu dužinu $(\lambda_0 - \Delta\lambda)$. Razlika talasnih dužina za koju dolazi do preklapanja, $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}$, se naziva *slobodni spektralni opseg*. Za približno normalnu incidenciju važi:

$$(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}} \approx \lambda_0^2 / 2n_f d , \quad (18)$$

$$(\Delta\nu)_{\text{fsr}} \approx c / 2n_f d . \quad (19)$$

Za primer koji je već naveden ($\lambda_0=500\text{nm}$, $n_f d=10\text{mm}$) dobija se da je $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}=0.0125\text{nm}$. Ako se pokuša da se poveća moć razlaganja samo povećanjem d, slobodni spektralni opseg će opasti, donoseći time konfuziju usled preklapanja pruga različitih redova. Ono što je potrebno je da $(\Delta\lambda_0)_{\min}$ bude što manje, a $(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}$ što veće. I gle čuda, iz (18) i (16) se dobija

$$\frac{(\Delta\lambda_0)_{\text{fsr}}}{(\Delta\lambda_0)_{\min}} = F . \quad (9.58)$$

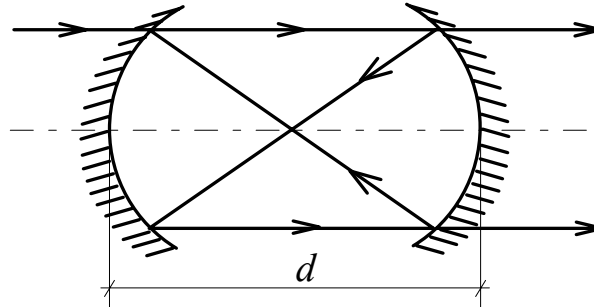
Ovaj rezultat ne bi trebao da bude iznenađenje s obzirom na originalnu definiciju F. Na kraju, još samo napomena da je broj primena i broj konfiguracija Fabri-Peroovog interferometra zaista veliki.

Zadatak vežbe

Koristeći spektralni analizator Spectra-Physics 450 snimiti spektar He-Ne lasera. Na osnovu snimljenog spektra odrediti rastojanje između susednih longitudinalnih modova. Uporediti dobijenu vrednost sa vrednošću koja je data u katalogu. Na kraju, proceniti dužinu rezonatora He-Ne lasera.

Postavka vežbe i postupak merenja

Optički spektralni analizator *Spectra-Physics 450* je Fabri-Pero interferometar sa sfernim ogledalima, koji se koristi u spektroskopiji visoke rezolucije. Model 450 ima slobodni spektralni opseg $(\Delta\nu)_{\text{fsr}}$ od 2 GHz, što omogućava snimanje svih modova He-Ne lasera.



Sl.9. Fabri-Peroov interferometar sa sfernim ogledalima

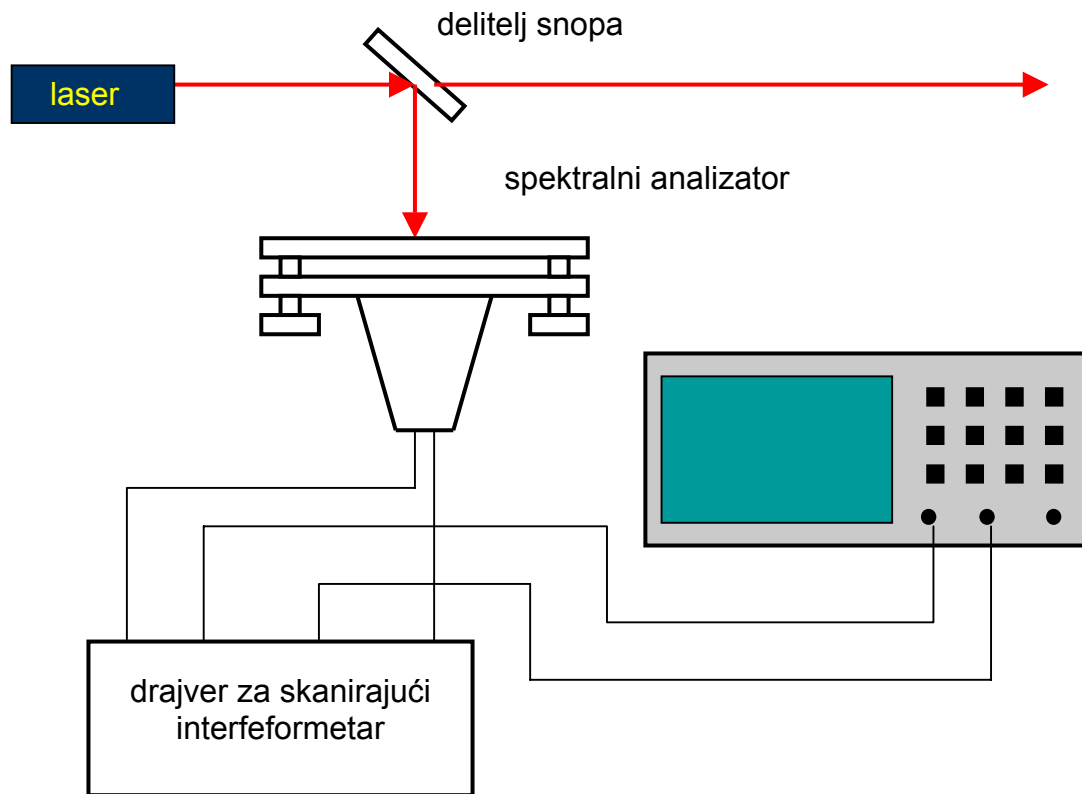
Instrument se sastoji iz dva sferna ogledala, na rastojanju jednakom njihovom poluprečniku krivine (konfokalni rezonator) i prikazan je na Sl.9. Na unutrašnje konkavne površine ogledala nanosen je visokorefleksioni višeslojni film, dok je na konveksne spoljašnje strane nanosen antirefleksioni film. Ogledala su razdvojena piezoelektričnim odstojsnikom. Dovodeći napon reda nekoliko stotina volti na piezoelektrični prsten, odstojanje između ogledala se može promeniti za nekoliko talasnih dužina. Za konfokalni interferometar, promena rastojanja među ogledalima od jedne četvrtine talasne dužine skanira interferometar kroz jedan slobodni spektralni opseg, što predstavlja rastojanje između dva susedna transmisiona maksimuma, odnosno dve susedne rezonanse Fabri-Peroovog interferometra. Drugim rečima, slobodni spektralni opseg analizatora predstavlja rastojanje odgovarajućih karakteristika susednih spektara (koji se dobiju na osciloskopu). Izraz za frekvencijsko rastojanje dve susedne rezonanse kod konfokalnog rezonatora sa sfernim ogledalima na rastojanju d je

$$(\Delta\nu)_{\text{fsr}} = \frac{c}{4d} \quad (20)$$

gde je c brzina svetlosti. Finesa interferometra F definiše se kao odnos $(\Delta\nu)_{\text{fsr}}$ i propusnog opsega instrumenta. Kao takva ona određuje moć razlaganja instrumenta:

$$F = \frac{(\Delta\nu)_{\text{fsr}}}{\delta\nu} \quad (21)$$

Model 450 ima $(\Delta\nu)_{\text{fsr}}=2\text{GHz}$ i $F=200$.



Sl.10. Skica aparature za snimanje longitudinalnih modova lasera

Skica aparature data je na Sl.10. Da bi se na osciloskopu dobila slika longitudinalnih modova potrebno je poravnati osu snopa lasera i optičku osu interferometra. Delitelj snopa upravo služi za lakše poravnavanje. Piezoelektrična pločica pobuđuje se iz izvora visokog napona testerastog oblika (drajver za skanirajući interferometar sa Sl.10 - *Spectra-Physics Scanning Interferometer Driver, Model 476*), koji sadrži i pojačavač signala sa fotodetektora montiranog u kućište interferometra. Izlaz se prati na digitalnom osciloskopu. Vremenska osa na slici koju daje osciloskop kalibriše se tako što se zna da se slika modova ponavlja nakon 2GHz (jedan slobodni spektralni opseg).